Propostes per ajudar a desenvolupar els continguts clau de matemàtiques

Cicle Mitjà d'Educació Primària

cesire*
creamat
centre de recursos
per ensenyar i aprendre
matemàtiques

Generalitat de Catalunya
Departament d'Ensenyament

Propostes per ajudar a desenvolupar els continguts clau de matemàtiques del Cicle Mitjà d'Educació Primària

1.- Les operacions

Sempre que sigui possible es treballaran les operacions a partir de situacions reals i imaginables. Fer-ho així augmenta molt la comprensió.

Així mateix és imprescindible conèixer aquells aspectes que són clau en cada una de les operacions i que cal assegurar per construir una base sòlida. És plantegen a continuació la resta, la multiplicació i la divisió.

1.1.- Resta

La resta ja s'ha introduït a cicle inicial. Durant el cicle mitjà, cal assegurar que es compren bé i que es poden fer servir estratègies per trobar solucions exactes o aproximades, a partir del càlcul mental i de representacions que ajudin a imaginar-la.

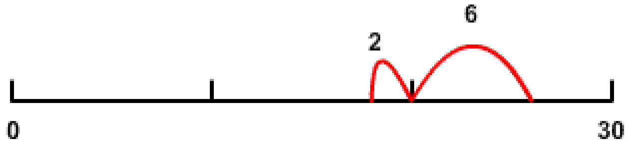
La resta es pot plantejar de dues maneres: comptant "quants en falten per arribar a... " o bé descomptant i preguntant-se "quants en queden si en traiem ... "

Com?

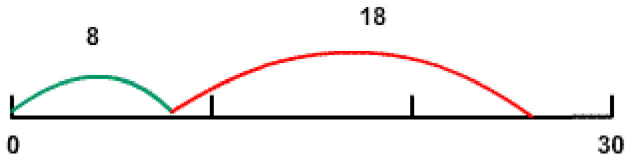
Representant sobre la recta numèrica

La representació sobre la recta ofereix un model en el que es poden representar les dues situacions. Així 26 - 18 es pot resoldre :

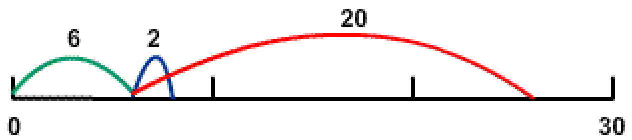
a) pensant quants n'hi van de 26 - 18 i fent, si cal parada al 20



b) anant fins al 26, traient-ne 18 i mirant quants en queden



c) També es pot aprendre a arrodonir els nombres per facilitar la obtenció del resultat i en lloc de pensar en 26 – 18 imaginar 26 – 20 = 6 i després reajustar-ho fent 6 + 2 = 8.



L'algorisme de la resta és força difícil d'aprendre i aporta poc a la comprensió de la operació, recomanem que es dediqui més atenció a l'ús d'aquestes estratègies que a mecanitzar la operació.

1.2.- Multiplicació i divisió

La multiplicació és el contingut més rellevant en el cicle mitjà de primària. Comprendre i tenir agilitat amb la multiplicació és el que fa que en aquest cicle es faci un gran progrés que portarà a comprendre com creixen els nombres naturals i, juntament amb la divisió, a iniciar el treball amb els nombres fraccionaris i els decimals i a avançar en la mesura.

1.2.1.- Abans d'iniciar la multiplicació cal assegurar-se que:

Es coneixen i comprenen els nombres de la primera centena i es fa servir l'estratègia de sumar i restar passant pel 10 apresa en el cicle inicial.

Com?

Observant si localitzen i situen amb facilitat els nombres a la taula del 0 al 100

Si quan busquen els nombres a la taula es dirigeixen intuïtivament cap al quadrant on hi ha el nombre demanat sense dubtar-ne, sabrem que interpreten la magnitud del nombre de forma correcte

Mirant si usen l'estratègia de sumar passant per la desena

Podrem pensar que tenen un bon domini de les desenes i les estratègies de càlcul pròpies de cicle inicial si a les preguntes:

- "quants n'hi van de 28 a 34?" responen correctament i al preguntar com ho han fet per saber-ho responen, per exemple, 28 + 2 = 30 i 30 + 4 = 34.

$$28 + 2 + 4 = 34$$

- "quants fan 35 + 7", la responen correctament i expliquen, per exemple, "He pensat 35 + 5 per anar fins a 40 i he afegit els dos que quedaven, en total 42"

$$35 + 5 + 2 = 42$$

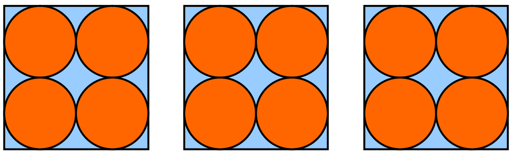
1.2.2.- Significat de la multiplicació

Proposarem en primer lloc la multiplicació. La divisió es planteja una mica més tard però gairebé en paral·lel com una reinterpretació de la multiplicació.

Com?

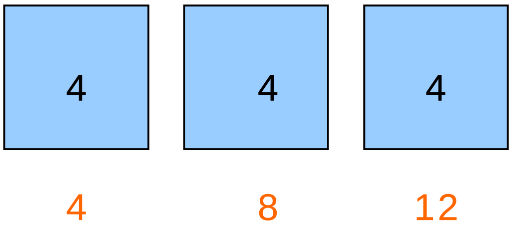
Mostrant grups repetits

Segons la situació de partida podem tenir les quantitats en blocs tancats. Per exemple 3 packs de 4 iogurts que els podem representar així:



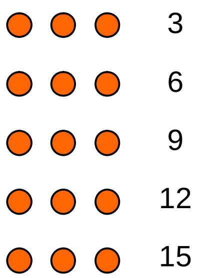
I escriure 3 x 4 = 12

O bé de manera menys concreta i comptar fent salts:

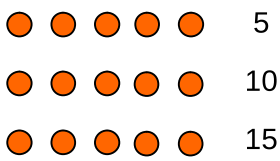


Mostrant elements solts que cal agrupar

O bé objectes solts que podrem agrupar de maneres diferents. Per exemple 15 botons es poden agrupar en 5 grups de 3 o bé en 3 grups de 5.



5 files de 3
5 x 3

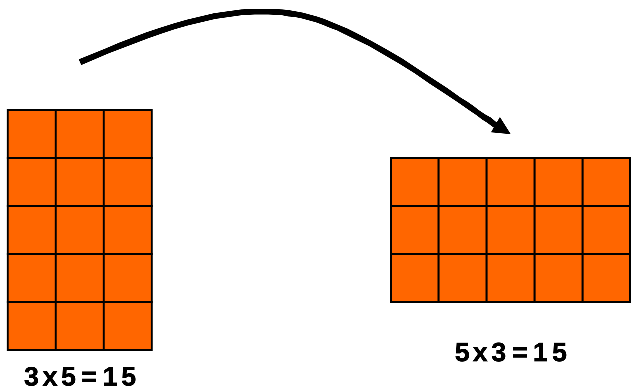


3 files de 5
3 x 5

Com?

Arribant a un model únic a partir de la representació

Les tres representacions vistes fins ara es poden concretar en aquest model que permet veure fàcilment que és el mateix perquè si el giréssim 90º coincidiria totalment. Es pot comprovar fàcilment retallant i posant-los tos dos en la mateixa posició.



Presentant les diverses opcions en context i en un ambient de resolució de problemes

- Quants iogurts hi ha en 6 paks? Quantes ampolles d'aigua hi ha en 4 paquets de 6.
- Quants grups de cinc puc fer amb 30 taps? Quantes files de sis puc fer amb 30 cadires?

Són situacions que es poden plantejar i deixar que pensin, proposin, comptin, representin ... fer preguntes a partir del que vagi sortint perquè es fixin que el resultat coincideix o que la representació s'assembla. Podem demanar que ho escriguin amb llenguatge matemàtic (nombres i símbols).

1.2.3. - Significat de la divisió

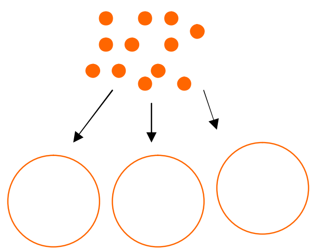
Dividir consisteix en separar objectes en grups iguals. No és per tant un aprenentatge nou sinó la reinterpretació de la multiplicació. No cal que estiguin molt avançats en la multiplicació per explorar la divisió.

Com?

Repartint elements en grups iguals

Es pot repartir una quantitat en un nombre determinat de grups iguals per saber quants n'hi haurà a cada grup

$$12 : 3 = 4$$

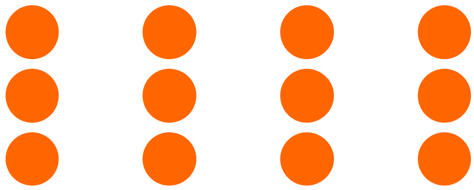


Com?

Fent grups d'una quantitat determinada

També es pot partir d'una quantitat i fer grups d'una quantitat determinada per saber quants grups iguals es poden fer. .

12: 4 = 3



Presentant les diverses opcions en context i en un ambient de resolució de problemes

- Tinc 12 peces i vull fer un braçalet, si faig 4 braçalets quantes boles hi haurà per cada un?
- Tinc 12 boles i en vull posar 3 a cada braçalet, quants braçalets podré fer?

La intervenció a partir de fer una pregunta, deixar temps perquè decideixin com es pot resoldre, parlar-ne, animar-los a representar-ho i a escriure-ho amb llenguatge matemàtic, asseguren que es va més enllà de la mecànica i es potencia l'autonomia.

1.2.4.- Connectar multiplicació i divisió

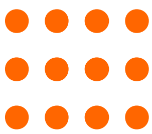
Connectar multiplicació i divisió és útil per resoldre problemes, per aprofundir en el significat de les dues operacions i per poder compartir estratègies.

Com?

A través de la representació

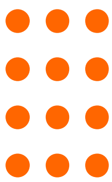
L'ús dels mateixos models per representar les dues operacions, ajuda a relacionar-les.

12 : 3 = 4



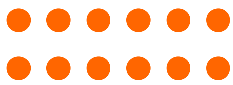
3 x 4 = 12

12 : 4 = 3



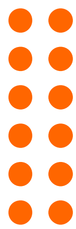
4 x 3 = 12

12 : 6 = 2



6 x 2 = 12

12 : 2 = 6



2 x 6 = 12

Com?

A través del llenguatge

L'ús del llenguatge que s'usa també ajuda a connectar.

- Al multiplicar diem: 3 grups de 4 són 12 en total
- Al dividir podem dir: 12 repartit en 3 grups són 4 a cada grup

Comentar les semblances entre una i l'altre ajuda a prendre consciència que els factors de la multiplicació, passen a ser divisor i quocient en la divisió i el producte el dividend.

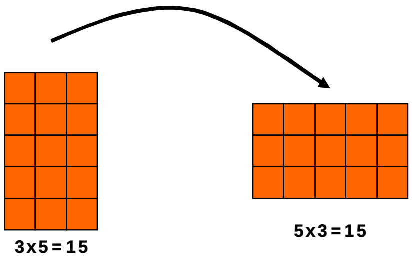
3 x 4 = 12 o 4 x 3 = 12
12: 4 = 3 o 12 : 3 = 4

1.2.5.- Estratègies per conèixer millor la multiplicació i obtenir resultats ràpids

Per aconseguir rapidesa en els resultats cal basar-se en les propietats de la multiplicació i fer els resultats més conscients. Presentem algunes estratègies per fer-ho.

Com?

Intercanviant els factors

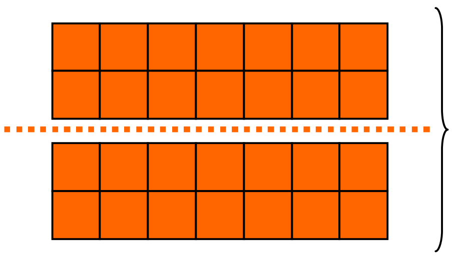


Canviant l'ordre dels factors el resultat no varia. Això permet aprendre la meitat dels resultats de les taules i l'altre meitat obtenir-la canviant l'ordre.

Fent associacions

Es poden fer associacions i obtenir, per exemple, el resultat de 4 x 7 a partir de conèixer el de 2 x 7 i doblar-lo.

2 x 7 = 14



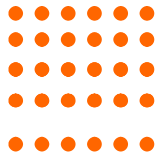
4 x 7 = 28

La representació ajuda a veure-ho

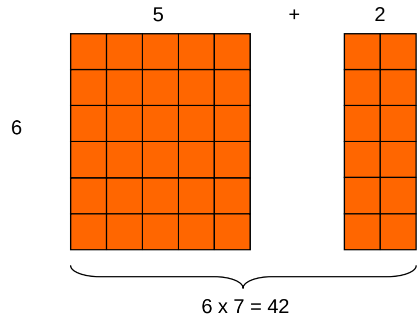
Com?

Descomponent un o més factors

Si cal multiplicar 6 x 5 i es recorda que 6 x 4 fan 24 només cal sumar un altre 6 al 24. És a dir, si el 6 quatre vegades fa 24, cinc vegades farà 24 + 6 = 30



Per multiplicar 6 x 7 es pot descompondre el 7 en 5 + 2 així es pot facilitar amb resultats molt més fàcils d'imaginar. 6 x 5 + 6 x 2 que serien 30 + 12 = 42.



Construint les taules i observar-hi patrons

Construir les taules sense presses i de manera raonada, ajuda a comprendre el funcionament de la multiplicació. Mica en mica es pot anar elaborant aquest quadre.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Observar els patrons que segueixen els resultats d'aquesta taula representa una nova oportunitat per reflexionar sobre la multiplicació.

Així, a l'observar les cel·les ombrejades es veu clarament que es tracta dels múltiples de 7 que creixen a cada fila i a cada columna.

També es pot observar la relació entre un nombre qualsevol i els seus veïns. Si prenem, per exemple, el 9 a la cruïlla de 3x3 veurem que és 3 unitats més gran que 6 i 3 menys que 12 tant si es mira en sentit horitzontal com vertical.

Pensar i parlar d'aquestes relacions dona molta informació sobre el funcionament de la multiplicació i el coneixement de les taules.

Com?

Multiplicant i dividint per 10 i per 100

No es tracta d'enunciar, simplement que per multiplicar per la unitat seguida de zeros només cal afegir zeros al primer factor. Es tracta d'entendre-ho i per això cal representar-ho i imaginar-ho:

2 x 10 és dues vegades 10 per tant 20

2 x 100 és dues vegades 100, per tant 200

Basar-se en aquest coneixement simplifica molt els càlculs i resulta imprescindible per comprendre l'estructura de la numeració.

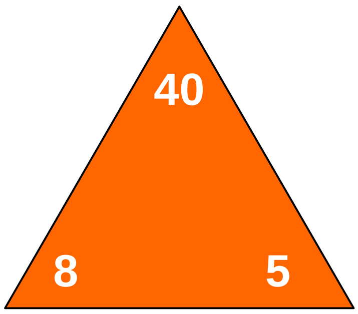
1.2.6.- Compartir estratègies entre ambdues operacions

Ajudar a connectar les estratègies d'ambdues operacions fomenta que, en situacions reals, es puguin donar suport.

Com?

Treballant les operacions inverses

Saber que 8 x 5 = 40 permet saber que 40 : 5 = 8 o 40 : 8 = 5 que podem representar-ho així i treballar en completar triangles on només es doni el nombre de dos vèrtexs.



Comptar seguin patrons

Per comptar 6 x 5 sovint es fa "5, 10, 15, ..." i s'aixeca un dit cada vegada que es suma un 5. S'arriba a 30 en el moment en el que hi ha 6 dits alçats.

Per comptar 30 : 5 es pot pensar en quants cincs hi ha a 30? I comptar igualment 5, 10, 15, ... mostrant un dit cada vegada.

D'aquesta manera s'ha resolt la pregunta "Quan es 30 dividit per 5?" responent a "Quants grups de cinc són igual a 30? Es a dir, usant el coneixement que tenim de la multiplicació per dividir i amb les mateixes estratègies.

Com?

Presentant situacions amb context en les que la connexió entre les dues operacions faciliti l'obtenció del resultat

Si es presenten situacions de multiplicació i divisió, amb nombres abastables i es deixa temps perquè l'alumnat faci servir les estratègies que li vagin millor, probablement n'apareixeran diverses i permetrà intercanviar punts de vista i adonar-se que es pot arribar al mateix resultat per vies diferents. Per exemple, "tinc 21 roses i vull fer rams de tres. Quants en `puc fer?".

$$3 \times ? = 21$$
$$21:3 = ?$$

1.2.7.- L'algorisme de la multiplicació

En la introducció de l'algorisme s'hauria de mantenir els següents criteris:

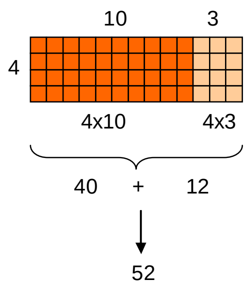
- L'automatització s'ha de basar en la comprensió, no únicament en la repetició mecànica.
- És bàsic desenvolupar el control sobre el resultat valorant si és o no raonable.
- L'algorisme estàndard és el final d'un camí que comença amb formes menys sintètiques i avança, a mesura que és possible, cap a una representació cada vegada compactada.
- L'algorisme és una forma més de trobar resultats, però no és la única ni la més adequada en totes les situacions.

Com?

Multiplicant per una xifra

En un primer moment proposarem fer la representació basada en el model d'àrea.

13 x 4 = 52



Mica en mica podrem passar, en la mesura que el model anterior es vagi comprenent, a les fases següents:

$$\begin{array}{cc} 1 & 3 \\ \times & 4 \\ \hline 4 & 0 \\ 1 & 2 \\ \hline 5 & 2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cc} 1 & 3 \\ \times & 4 \\ \hline 1 & 2 \\ 4 & 0 \\ \hline 5 & 2 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{cc} 1 & 3 \\ \times & 4 \\ \hline 5 & 2 \end{array}$$

L'objectiu és, que en el moment de fer l'algorisme estàndard, coneguin d'on surten els nombres i que puguin anticipar aproximadament el resultat perquè el poden imaginar.

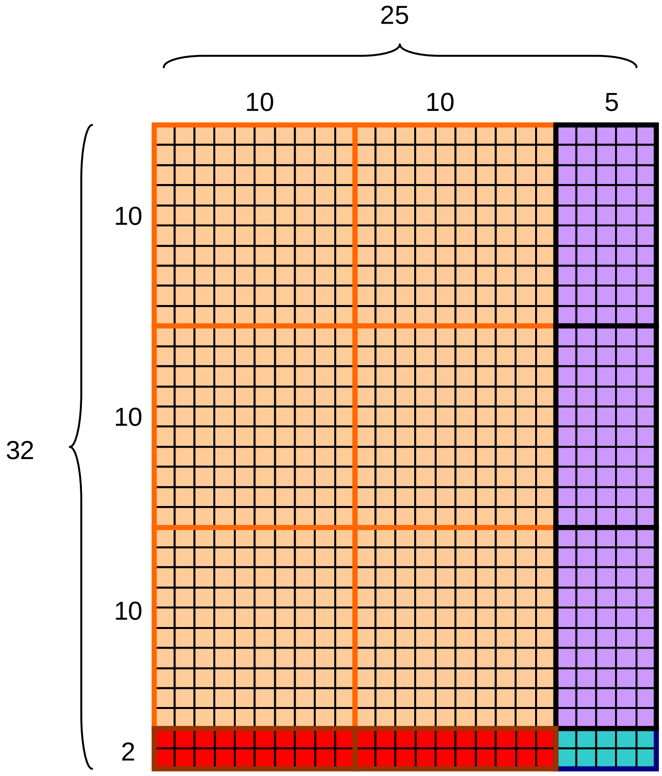
Com?

Multiplicant per més d'una xifra

Quan estigui prou consolidada la multiplicació amb una xifra es pot passar a fer-ho amb dos nombres de dues xifres.

Cal que puguin imaginar 10 x 10 = 100 per fer-se la idea de la magnitud del resultat. La representació i la comparació amb els blocs multibase hi ajuda.

Partint de la representació es pot veure clarament que al multiplicar 25 x 32



Fem primer 30 x 20 i a continuació 30 x 5 i després 2 x 20 i 2 x 5

$$\begin{array}{rrr} & 2 & 5 \\ \times & 3 & 2 \\ \hline 6 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ & 4 & 0 \\ & 1 & 0 \\ \hline 8 & 0 & 0 \end{array}$$

És una forma estesa de l'algorisme que ajuda a comprendre'n el funcionament i la magnitud del resultat. Mica en mica es podrà anar compactant com s'ha fet al multiplicar per una xifra

1.2.8.- L'algorisme de la divisió

En l'algorisme de la divisió seguirem els mateixos criteris que en la multiplicació: avançar, de manera progressiva des de la representació cap a un algorisme cada vegada més compacte, tenint cura que la comprensió i el control sobre el resultat es mantingui en tot moment.

Com?

Fent repartiments

Dividir 45 entre 3 consisteix en repartir en tres grups iguals els 45 objectes.

	3		
45	1	1	1
	4	4	4
- 12			
33			
	10	10	10
- 30			
3			
	+1	1	1
- 3	**15**		
0			

S'inicia temptejant amb algun nombre, en aquest cas el 4, posant-ne 4 a cada un dels tres grups. A continuació es descompten els que ja s'han repartit, 12 i encara en queden 33. Es reparteix de nou, ara ja es veu que es pot fer amb grups de 10 i novament es descompten els repartits. Ja només en queden 3 que es posen un a cada grup. Sumant els de que hi ha a cada grup obtenim el resultat: 15

El pas següent és deixar de representar les tres columnes i passar a fer-ho només en una, anotem quants en posarem a cada grup i multipliquem mentalment.

89	**7**
	10 (10x7= 70)
-70	
19	
-14	2 (2x7 = 14)
5	**12**

Aquesta representació ajuda a veure d'on surten els nombres de l'algorisme estàndard. D'altre banda aquest sistema serveix igual per a nombres de dues o més xifres i també en el cas que la divisió no sigui exacta.

2.- Nombres

En aquest cicle cal treballar els nombres naturals més grans i iniciar els nombres fraccionaris i decimals.

2.1.- Naturals

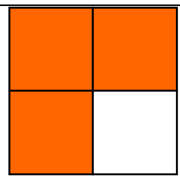
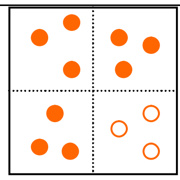
L'estructura del Sistema de numeració decimal posicional té un rerafons multiplicatiu. Cada unitat d'ordre val com deu vegades la que s'anota a la seva dreta: una desena val com deu unitats, una centena deu desenes, un miler deu centenes... avançar cap a nombres més grans només es pot fer si es compren la multiplicació. En aquest cícle, el coneixement de la multiplicació fa possible avançar en la magnitud dels nombres.

Com?
Representant el mil Representar el mil, al menys una vegada, amb materials com ara, cigrons, pedres, taps... i bosses de plàstic transparent ajuda a comprendre com creixen les quantitats al passar d'una unitat d'ordre a la següent. Pot fer-se un treball de grup omplint bosses de desenes que es posen dins una altre bossa que representa la centena i així fins a deu vegades, per acabar amb la bossa del miler que tindrà deu bosses de cent, cada una de les quals conté deu bosses de deu.
Fent créixer les quantitats Les quantitats més grans de 1000 ja no les podrem representar, però es tracta d'anar presentant progressivament quantitats més grans, deixant temps per familiaritzar-s'hi i tenint en compte que en cada cas cal: • Reflexionar sobre la seva magnitud, cada vegada es multiplica per 10 , el deu mil és 10 x 1000. El cent mil és 10 x 10.000 etc. • Donar algun punt de referència per a cada quantitat: preus, habitants, cotxes... que ajudin a imaginar-los.

2.2.- Fraccions

Tot i que anteriorment ja han tingut experiències que ja les implicaven (partir un full per la meitat, llegir el rellotge...) fins ara no se n'havia fet un treball a fons. La fracció es basa en la divisió de la unitat en parts iguals (un terç pastís) o bé d'una col·lecció (la meitat de l'alumnat de la classe).

Presentarem les fraccions com una relació entre dos nombres per indicar situacions com les següents:

Una part de la unitat	
Una part d'una col·lecció	
Un punt de la recta numèrica	

És important no reduir el concepte de fracció, únicament, a la situació de *part de la unitat*, com passa sovint.

Cal, d'altre banda, posar atenció en que comprenguin la magnitud relativa dels nombres fraccionaris. En una mateixa unitat el numerador 1 pot representar mesures o quantitats diferents depenent del denominador. L'u no representa el mateix en aquestes tres fraccions: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$.

La representació ajudarà de manera determinant a la comprensió d'aquests nombres i a veure a través d'ella què tenen en comú.

2.2.1.- Significat de la fracció

Justificar la necessitat d'aquests nombres és el primer pas. Per exemple, si repartim l'aigua d'una ampolla en gots i el nombre de gots no és exacte haurem de pensar en com ho podem expressar. Necessitem un nombre que ens digui quina part és plena d'aigua del got que no s'ha omplert del tot.

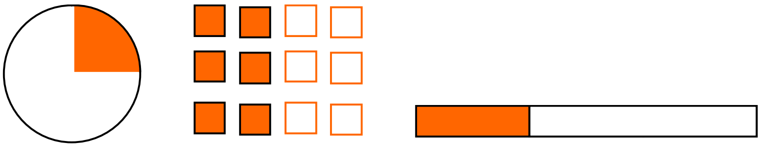
Per construir una idea sòlida de fracció, s'han de presentar les diverses situacions que les utilitzen i representar-les, per arribar a un model comú, parlar-ne per compartir els significats i deixar el temps necessari per assumir-ho.

A cicle mitjà cal mantenir-se en les fraccions més usuals i fàcilment imaginables (mitjos, quarts, terços, cinquens...) i amb les que tenen denominador 10 o 100, per anar construint, en aquests primers moments i de manera molt exemplificada i raonada, un concepte consistent que permeti, a cicle superior, generalitzar-ho a tota mena de fraccions.

Com?

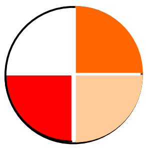
Presentant la fracció unitària

La fracció unitària es forma dividint un tot: un conjunt, una regió, la distància entre dos punts... en parts iguals i prenent-ne una.



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

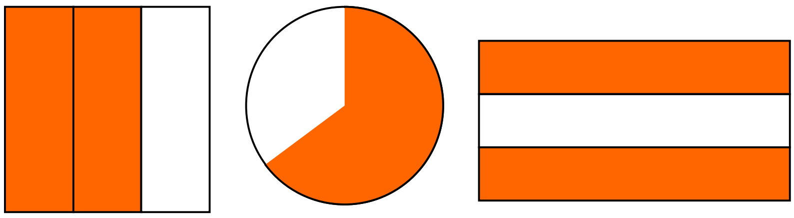
Una vegada s'ha entès la fracció unitària és més fàcil comprendre que $\frac{3}{4}$ és la suma de $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$



$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Representant amb el model d'àrea

Prenen una figura plana dividida en un nombre determinat de parts iguals, algunes de les quals ombrejades.

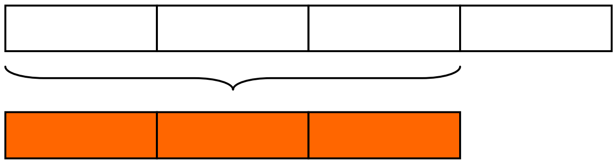


Adonar-se de què expressa el numerador i què el denominador.

Com?

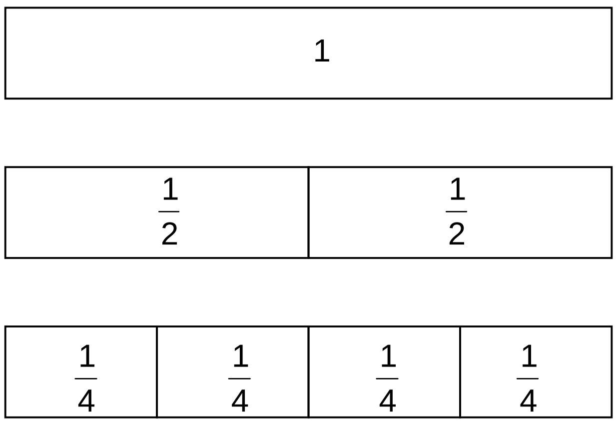
El model lineal

Una altre representació de la fracció és el model lineal, representant per exemple $\frac{3}{4}$ dividint una tira en 4 parts i prenent-ne 3.



El model lineal aporta informació molt rellevant, sobre aquest model. Explorant i fent preguntes, es pot ajudar a:

- copsar que com més gran és el denominador, més petita és la part obtinguda: $\frac{1}{4}$ és més petit que $\frac{1}{2}$
- veure que hi ha fraccions que són equivalents: que ho són $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$ i es pot veure clarament per superposició.
- desenvolupar la intuïció sobre les fraccions relacionades (amb denominadors múltiples d'un nombre donat). Mirant el patró del denominador que en el cas representat a sota segueix la taula del 2.
- facilitar veure que la magnitud de les fraccions és relativa. La longitud de la fracció $\frac{1}{2}$ seria diferent si la tira fos més llarga.



Si cal, per ajudar a comprendre-ho millor es pot continuar doblant la tira per aconseguir vuitens i setzens.

Com?

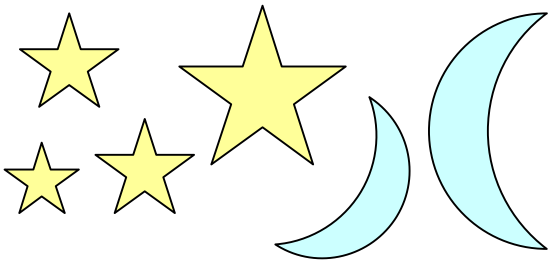
Fraccions amb denominador 10

Els nombres decimals són fraccions de denominador 10 o múltiple de 10. La consciència de la relació de les unitats de mesura o les monedes, amb els nombres fraccionaris amb denominador10, ajudarà més endavant a la comprensió d'aquests nombres.

És important que s'hi relacionin especialment les unitats de longitud: metre, decímetre i centímetre, amb les fraccions de denominador 10. I s'hi faci referència quan es tracti el sistema monetari amb la partició de l'euro en cèntims.

La fracció com a part d'un grup

De vegades la fracció no representa una part de la unitat sinó una part d'un grup. En aquest cas no cal que les parts siguin de la mateixa mida.



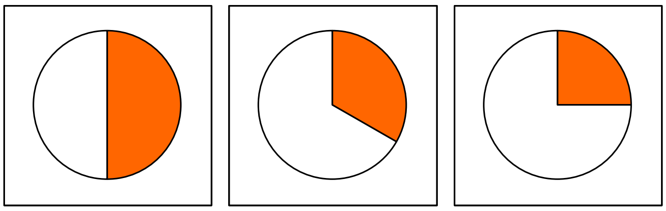
Aquesta per exemple, mostra que 4/6 elements d'aquest grup són estrelles i 2/6 són llunes i la mida és irrellevant.

2.2.2.- Comparació de fraccions: equivalència i ordre

Cal fer exploracions per reconèixer l'equivalència i l'ordre entre fraccions, en aquest cicle sempre amb fraccions fàcilment imaginables.

Com?

Fraccions amb el mateix numerador
Ordenar fraccions amb el mateix denominador ajuda a comprendre el paper del numerador i el del numerador.



$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

Si tots els pastissos els hem partit en el mateix nombre de parts, el numerador és el que els ordena.

Com?

Fraccions amb denominadors diferents

Quan els denominadors no coincideixen, cal ajudar a trobar solucions.

Imaginem que es vol comparar $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{3}$ d'una mateixa unitat. Es deixa un temps perquè ho imaginin i expliquin quina de les dues fraccions representa més tros.

L'experiència en representar fraccions tant en models d'àrea com amb model lineal els dona informació que els pot ajudar. La observació de les estratègies i els comentaris que facin permetran veure com s'enfronten a la situació.

La meitat és un bon punt de referència per ajudar a ordenar.

Preguntar si aquestes fraccions són més grans o més petites que la meitat, pot representar una ajuda en un moment en que estan especialment receptius perquè intenten trobar formes de resoldre-ho.

- Si tenim un pastis, o una tira de paper partida en 3 parts i n'agafem una, en tindrem més o menys de la meitat?
- I si la tenim partida en 4 parts i n'agafem 3... en tindrem més o menys de la meitat?

Aprendre a llegir i comprendre si una fracció és més gran o més petita que la meitat, és un pas decisiu per ordenar però també per interpretar fraccions.

2.2.3.- Dobles i meitats

La idea de doble i meitat té moltes aplicacions i una gran potència. Ajuda a comprendre i a trobar resultats en situacions numèriques geomètriques i de mesura. Com en la multiplicació i la divisió, en el context de les fraccions també cal donar-li un tracte preferent.

Com?

En estratègies de càlcul

Aprenent a fer servir el doble i la meitat per trobar resultats de forma ràpida i significativa.

Pensant per exemple que multiplicar un número per 12 és com multiplicar per 10 i afegir el doble.

$$30 \times 12 = 30 \times 10 + 30 \times 2 = 300 + 60 = 360$$

O bé 460 : 20 es pot pensar com

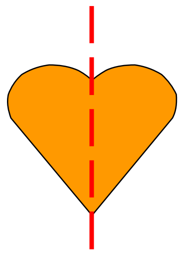
$$460 \div 20 = \frac{460}{10} \div 2 = 46 \div 2 = 23$$

Permet també, com s'ha explicat abans, deduir que 4 x 7 = 28 sabent que 2 x 7 = 14 simplement adonant-se que és el doble.

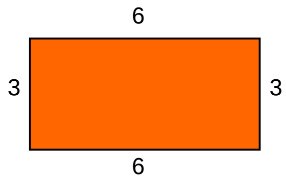
Com?

En estratègies de geometria i mesura

La idea de meitat ajuda a la comprensió de la simetria.



El càlcul del perímetre d’un rectangle de 6 x 3 es pot pensar com el doble de 6 més el doble de 3.



2.3.- Els nombres decimals i les monedes

Els preus i la familiaritat de l’alumnat amb aquesta notació ha fet avançar a l’escola el tractament dels nombres decimals. Cal, però, anar en compte amb alguns aspectes que poden provocar algunes distorsions. Per exemple: donat que les fraccions de l’euro són totes centesimals (parlem de 10 cèntims, no de 1 dècim d’euro una quantitat com 2 € amb 3 cèntims es pot escriure erròniament com 2,3 en lloc de 2,03.

Per aquesta raó el context de les monedes no és l’òptim per introduir l’escriptura dels nombres decimals i, segurament, és més idoni un altre com el de la mesura de longitud.

Com?

Ajudar a comprendre i a usar l’expressió en format de nombre decimal

- Presentant l’euro com la unitat i els cèntims com a fraccions d’aquesta unitat. (2€ 30 cèntims)
- Escrivint i interpretant la coma com a element separador de la unitat i les fraccions de la unitat. (2,30 €)
- No forçant la situació per fer aparèixer el sistema monetari com un exemple de nombre decimal perquè aquest model no reuneix les millors condicions.

3.- Mesura

La mesura directa i el coneixement i ús de les unitats estàndard més habituals són els aspectes prioritaris.

La mesura, des d'un cert punt de vista, té una estructura multiplicativa. Mirem quantes vegades cap el metre en la llargada de la paret i utilitzem unitats que es subdivideixen en altres més petites per millorar l'aproximació.

Com?

Mesurant longituds en situacions reals

La longitud és la magnitud més fàcilment identificable. Es important que practiquin la mesura directa i que aprenguin a escollir les unitats més adients i a fer servir els instruments adequadament . Per exemple mesurar la llargada d'una paret o d'un passadís, el retolador, la taula...

Cal mesurar amb la unitat més adequada i precisar-la amb fraccions d'aquesta unitat anotant el resultat de la mesura especificant les unitats, per exemple tres metres i dos centímetres es pot escriure així: 3m 2cm.

En longitud ens podem cenyir a l'ús de les unitats més usuals: el quilòmetre, el metre i el centímetre. Així 3507,23 m ho podem escriure com 3 km 507m 23cm.

Ampliant a les magnituds de pes i capacitat

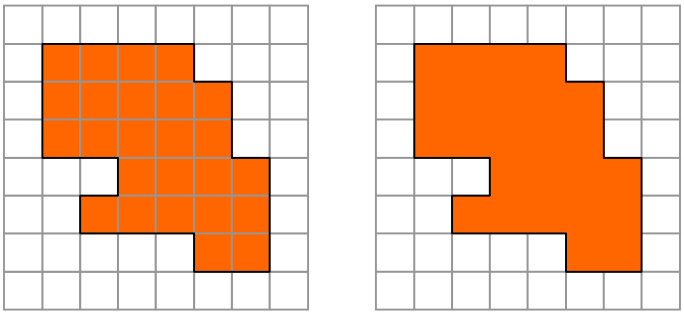
Els contextos reals relacionats amb el pes porten inicialment a la notació en forma de fraccions abans que a la decimal o en algunes subunitats. Al començament és més natural dir ¼ de quilo que 0,25 kg o 250g. Passa el mateix amb el ½ quilo i els ¾. Més endavant ja es treballaran les altres notacions.

En capacitat seguirem les mateixes pautes que en pes iniciant amb fraccions i passant després a altres notacions.

Com?

Mesura de superfícies

L'ús de fulls de paper quadriculat per mesurar l'àrea de figures donades utilitzant el quadret com a unitat és una possible forma de començar.



Pel cas dels rectangles o per accelerar el comptatge d'algunes parts el bagatge que ha proporcionat la representació de la multiplicació i de les fraccions pot ser de gran utilitat.

En general recobrir un espai amb peces iguals dóna idea del que és mesurar una superfície. La presentació d'un quadre d'un cm^2 i la confecció d'un m^2 i d'un dm^2 per mesurar superfícies més grans han de servir per fer exploracions d'aquesta magnitud.

4.- Espai i forma

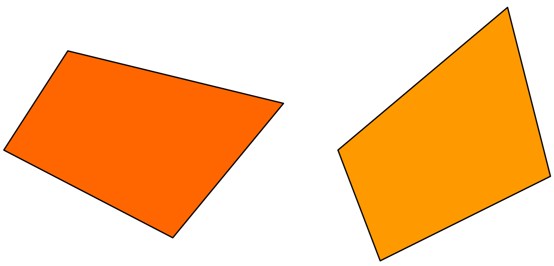
El coneixement de les formes s'ha de fer més precís que en cicles anteriors i usar progressivament llenguatge específic de les matemàtiques. Hem d'avançar en:

Com?

Reconeixement de la congruència

Cal que reconeguin que dues figures són congruents quan coincideixen en mida i forma. Aquest reconeixement ofereix suport a:

- l'anàlisi de figures: angles, costats...
- la simetria: als dos costats d'un eix de simetria hi trobem dues figures congruents.
- la noció de superfície: dues figures congruents tenen la mateixa superfície.

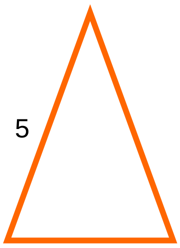


Com?

Identificació del perímetre

El perímetre, entès com la longitud del contorn d'un polígon, dona peu a fer càlculs aplicant les propietats de les figures.

Mesurar perímetres ajuda a prendre consciència de la diferència entre perímetre i àrea.



P = 2x5+3 = 10+3 = 13

5.- Relacions i canvi

El registre de dades en determinats formats, facilita la identificació de patrons i la predicció de com continuaran. Habituar-se a fer aquests registres i a descobrir regularitats porta al progrés en el raonament matemàtic.

Com?

Anotar informació en format taula

Per exemple, anotar dades en una taula com la que es mostra, permet:

- descriure-la
- pensar com continua el patró que s'hi observa
- relacionar-lo amb la multiplicació i, més concretament,amb taula del 4
- fer prediccions imaginant què hi haurà en la fila del15
- etc.

Nº de cotxes	Nº de rodes
0	0
1	4
2	8
3	12
...	
15	?

És a dir ajuda a pensar ordenadament i a predir que si el nombre de rodes de 3 automòbils és 3 x 4 el de 10 serien 10 x 4 = 40 i el de 15 serien 15 x 4 = 60

6.- Situacions-problema

Es tracta que l'alumnat es trobi en situacions on es formulin preguntes per a les que no té ni solucions ni maneres d'actuar conegudes prèviament. La importància d'aquestes situacions radica en l'estímul que representen per elaborar estratègies i per aplicar i ampliar coneixements per resoldre-les, amb el consegüent augment del convenciment sobre la seva capacitat de fer-ho.

No ens estem referint únicament a problemes numèrics i plantejats a partir d'un redactat, sinó a situacions diverses en les que hi poden haver implicats també aspectes d'espai, mesura, formes, estadística... i que poden ser situacions reals, manipulatives , visuals...

El procés de resolució de problemes es va fent més complex a mesura que es fan més grans. En aquest cicle cal seguir posant l'atenció en tres fases del procés: la comprensió, el pas a l'acció i la comunicació del que s'està fent o pensant i la consciència d'haver arribat a una solució.

En un moment en que el que ens proposem és promoure el desenvolupament de competències, resoldre situacions-problema és imprescindible. És en aquestes situacions quan es pot veure fins a quin punt l'alumnat és competent i capaç d'emprar el què coneix per resoldre una situació.

6.1.- Comprensió de la situació-problema.

Com?
Assegurant la comprensió de les situacions problema plantejades No pensem únicament en els problemes clàssics i plantejats per escrit, sinó en situacions contextualitzades, quotidianes i amb sentit.: des de saber quan paper d'embalar hem de tallar per poder-hi enganxar un full DIN A4 de cada nen de la classe, si és el cas que volem exposar alguna producció feta en aquest format, fins a plantejar com podem calcular 24 x 36 (una multiplicació de dues per dues xifres) quan ja saben calcular 35 x 8 (dues xifres per una). En aquest primer moment, la representació o l'explicació per part de l'alumnat té un paper clau en dues direccions: • a ell li ajuda a comprendre el problema • al professorat li dóna pistes sobre com s'està interpretant.

6.2.- L'actuació

Com?
Actuant amb més seguretat i més fonament L'experiència ha de permetre abordar les situacions cada vegada amb més confiança i donar respostes progressivament més elaborades. En aquest cicle davant d'una situació han de posar-se a actuar d'una manera o altre. No s'han de quedar sense fer res. Cal continuar encoratjant a trobar respostes i ajudar quan calgui amb preguntes que donin pistes i encaminin el procés. En aquest moment és important que expliquin què fan i perquè i que es puguin ajudar entre ells a partir del que cada ú explica.

6.3.- Consciència d'haver arribat a una solució

Com?
Explicant perquè creuen que tenen una solució La consciència d'haver arribat a una solució ha de ser cada vegada més fonamentada. Preguntar "creus que ja tens la solució?", anirà creant la consciència que cal assegurar-se'n abans de donar el problema per resolt. Si per justificar la solució la relacionen amb la pregunta mostren que han mantingut el control sobre el procés. En el cas que la solució no sigui raonable cal ajudar a refer el camí.